

3次元視覚フィードバックシステムの Receding Horizon 制御

金沢大学 藤田政之 河合宏之

Stabilizing Receding Horizon Control of Visual Feedback System

Masayuki Fujita and Hiroyuki Kawai Kanazawa University

This paper investigates a robot motion control with visual information via the nonlinear receding horizon control approach. Firstly the model of the relative rigid body motion and the nonlinear observer are considered in order to derive the visual feedback system. Secondly the stabilizing feedback control law for the closed-loop system is discussed as a preparation for our main result. Finally we propose the stabilizing receding horizon control scheme for the 3-D visual feedback control problem by using an appropriate control Lyapunov function as the end point penalty.

1 はじめに

視覚情報を用いることは、ロボットマニピュレータなどのダイナミカルシステムを未知の環境下で制御する際に非常に重要となる。この視覚情報を用いた制御は、視覚フィードバック制御と呼ばれ様々な研究がおこなわれている [1][2]。図 1 に示すようなマニピュレータの手先にカメラを取り付けた Eye-in-Hand 構造の視覚フィードバックシステムに対する従来研究では、Lyapunov 関数を陽に取り扱うことにより安定性の議論をする研究がなされている [3]–[5]。しかしながら、これらの研究は漸近安定性を保証しているのみで、制御入力の最適性についての議論はなされていない。

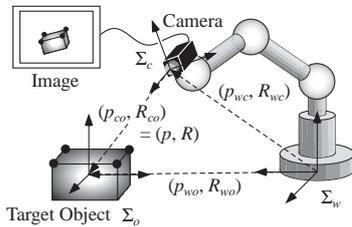


図 1: 視覚フィードバックシステム

一方、非線形システムの制御において、現在の状態を常に初期状態と考え有限区間の最適制御問題をオンラインで繰り返し解く非線形 Receding Horizon 制御が注目を集めている [6]。オンラインで最適制御を解くことから、実際のシステムに適用する際に問題となる処理時間やホライゾンの長さに関する研究 [7] がおこなわれているのに対して、主に理論的な立場からは Receding Horizon 制御の安定性に関する議論がされはじめている [8]。評価関数や終端条件の構成により安定性を保証する様々な手法が提案されている [9][10]。

本稿では、視覚フィードバックシステムに対する非線形 Receding Horizon 最適制御手法を提案し、その安定性について議論する。提案する Receding Horizon 最適制御手法は、視覚フィードバックシステムに対する安定化制御則と対応する Control Lyapunov 関数を利用することにより、評価関数を Lyapunov 関数とみなすことで安定性の議論をおこなう。

2 相対位置姿勢運動モデル

図 1 に示す Eye-in-Hand 構造の視覚フィードバックシステムを考える。いま、基準座標系 Σ_w におけるカメラ座標系 Σ_c と対象座標系 Σ_o の原点位置を、それぞれ $p_{wc}, p_{wo} \in \mathbb{R}^3$ とする。また、基準座標系 Σ_w におけるカメラ座標系 Σ_c と対象座標系 Σ_o の姿勢を表す回転行列を、それぞれ $R_{wc}, R_{wo} \in SO(3)$ とおく。すると、カメラ座標系 Σ_c の位置姿勢は (p_{wc}, R_{wc}) で、対象座標系 Σ_o の位置姿勢は (p_{wo}, R_{wo}) で表される。

カメラ座標系 Σ_c からみた対象座標系 Σ_o の相対位置姿勢を (p_{co}, R_{co}) とすると、基準座標系 Σ_w に対する対象の位置姿勢 (p_{wo}, R_{wo}) は座標変換により

$$p_{wo} = p_{wc} + R_{wc}p_{co} \quad (1)$$

$$R_{wo} = R_{wc}R_{co} \quad (2)$$

と表される。回転行列の性質 ($R^{-1} = R^T$) を用いることで

$$p_{co} = R_{wc}^T(p_{wo} - p_{wc}) \quad (3)$$

$$R_{co} = R_{wc}^T R_{wo} \quad (4)$$

が導かれる。以下では、この相対位置姿勢 (p_{co}, R_{co}) を (p, R) と表記する。

相対位置姿勢の運動モデルを導出するために剛体運動の速度について考える。カメラ座標系 Σ_c と対象座標系 Σ_o の原点の速度ベクトルを、それぞれの座標系を基準にして $v_{wc} \in \mathbb{R}^3, v_{wo} \in \mathbb{R}^3$ と表し、また同じく Σ_c と Σ_o の回転速度ベクトルを、それぞれの座標系を基準にして $\omega_{wc} \in \mathbb{R}^3, \omega_{wo} \in \mathbb{R}^3$ と表す [11]。このとき、それぞれの速度に関して

$$\dot{p}_{wc} = R_{wc}v_{wc} \quad \dot{R}_{wc} = R_{wc}\hat{\omega}_{wc} \quad (5)$$

$$\dot{p}_{wo} = R_{wo}v_{wo} \quad \dot{R}_{wo} = R_{wo}\hat{\omega}_{wo} \quad (6)$$

が成り立つ [11]。ここで、 \wedge (wedge) は $\mathbb{R}^3 \rightarrow so(3)$ (3×3 の歪対称行列の集合) であり、任意の 3次元ベクトル $a = [a_1, a_2, a_3]^T$ に対して

$$a^\wedge = \hat{a} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}$$

である。また, $\vee(\text{vee}) : so(3) \rightarrow \mathbb{R}^3$ は \wedge (wedge) の逆写像である [11].

(3), (4) 式を時間微分し, (5), (6) 式の関係を用いると

$$\dot{p} = -v_{wc} + \hat{p}\omega_{wc} + Rv_{wo} \quad (7)$$

$$\dot{R} = -\hat{\omega}_{wc}R + R\hat{\omega}_{wo} \quad (8)$$

が導かれる。

ここで, カメラの速度を $u_c = [v_{wc}^T \ \omega_{wc}^T]^T \in \mathbb{R}^6$, 対象の速度を $V_{wo} = [v_{wo}^T \ \omega_{wo}^T]^T \in \mathbb{R}^6$ とおく。このとき, (7), (8) 式と u_c, V_{wo} を用いることで, 相対位置姿勢の運動モデルは

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ (\dot{R}R^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & \hat{p} \\ 0 & -I \end{bmatrix} u_c + \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} V_{wo}. \quad (9)$$

と表される。

3 非線形オブザーバとカメラモデル

3次元空間で運動する視覚フィードバックシステムでは, カメラと観測対象との相対位置や相対姿勢を知ることが重要となる。しかしながら, 相対位置姿勢を直接画像情報から得ることは一般に困難である。そこで, 非線形オブザーバを構成して, 視覚情報から相対位置姿勢の推定値 $\bar{g} = (\bar{p}, \bar{R})$ を構成することを考える。

そこでまず, (9) 式を利用し, つぎの (10) 式のように与えられるモデルに基づいて, その相対位置姿勢の推定値 (\bar{p}, \bar{R}) を求めることを考える。

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{p}} \\ (\dot{\bar{R}}\bar{R}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & \hat{\bar{p}} \\ 0 & -I \end{bmatrix} u_c + \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \bar{R} \end{bmatrix} u_e \quad (10)$$

ここで, 推定のために新たに導入した入力ベクトル $u_e \in \mathbb{R}^6$ は, 推定値 (\bar{p}, \bar{R}) を真値 (p, R) に一致させるように視覚情報を用いてこれから構成されるものである。

つぎに, 図2のカメラモデルについて考える。いま, 対象上の

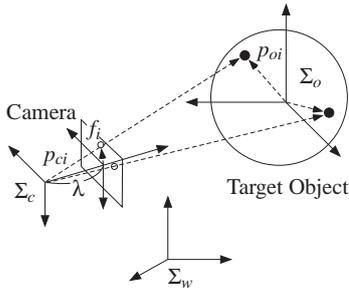


図2:カメラモデル

特徴点が p 点 (ただし $2p \geq n$) あるものとし, 観測対象の形状 $p_{oi} (i = 1, \dots, p)$ は既知, またこれらは対象座標系の原点に対して不変であるとする。このとき, カメラから見た特徴点の位置 $p_{ci} = [x_{ci}, y_{ci}, z_{ci}]^T (i = 1, \dots, p)$ は, 相対位置姿勢 (p, R) を用いることで

$$p_{ci} = p + Rp_{oi} \quad (11)$$

と座標変換表示される。カメラから得られる特徴点の視覚情報を $f \in \mathbb{R}^{2p}$ とすると, (11) 式に対し透視変換を通して得られる

f は, カメラと対象の相対位置姿勢 (p, R) により変化することから, その関係は

$$f = \pi(p, R) \quad (12)$$

と一般に記述できる。

3次元空間での相対位置姿勢を制御するためには, 回転行列 $R \in SO(3)$ に対する誤差を考える必要がある。そのため, つぎのように定義される誤差関数 $\phi : SO(3) \rightarrow \mathbb{R}$ と回転誤差ベクトル e_R を考える。

$$\phi(R) := \frac{1}{2} \text{tr}(I - R) \quad (13)$$

$$e_R := \text{sk}(R)^\vee \in \mathbb{R}^3, \quad \text{sk}(R) := \frac{1}{2}(R - R^T) \quad (14)$$

これらに関しては, 以下のような性質がある [12].

1. $\phi(R) \geq 0$ であり, $\phi(R) = 0 \Leftrightarrow R = I$ である。
2. $\dot{\phi} = e_R^T(R)(R^T\dot{R})^\vee = e_R^T(R)(\dot{R}R^T)^\vee$ 。

ここで, 非線形オブザーバによる推定値と真値の位置と姿勢の偏差変数を

$$(p_{ee}, R_{ee}) := (p - \bar{p}, \bar{R}^T R) \quad (15)$$

と定義する。また, (14) 式を利用し, 推定偏差ベクトルとして

$$e_e := [p_{ee}^T \ e_R^T(R_{ee})]^T \quad (16)$$

を定義する。そして, (12) 式のカメラモデルを推定位置姿勢 (\bar{p}, \bar{R}) 近傍で近似すると

$$f - \bar{f} = J(\bar{p}, \bar{R})e_e \quad (17)$$

が導かれる。ここで, $J(\bar{p}, \bar{R})$ は

$$J(\bar{p}, \bar{R}) := \begin{bmatrix} L^T(\bar{p}, \bar{R}; p_{o1}) & \cdots & L^T(\bar{p}, \bar{R}; p_{od}) \end{bmatrix}^T$$

$$L(\bar{p}, \bar{R}; p_{oi}) := \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{\bar{z}_{ci}} & 0 & -\frac{\lambda \bar{x}_{ci}}{\bar{z}_{ci}^2} \\ 0 & \frac{\lambda}{\bar{z}_{ci}} & -\frac{\lambda \bar{y}_{ci}}{\bar{z}_{ci}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & (-\bar{R}\hat{p}_{oi}) \end{bmatrix}$$

である。ここで, 次の仮定をおく。

仮定 1 任意の $(\bar{p}, \bar{R}) \in SE(3)$ に対して, $J(\bar{p}, \bar{R})$ は列フルランクである。

(17) 式よりカメラから得られる視覚情報 $f - \bar{f}$ を用いることで, 推定偏差ベクトルは

$$e_e = J^\dagger(\bar{p}, \bar{R})(f - \bar{f}) \quad (18)$$

と構成される。ただし $J^\dagger(\bar{p}, \bar{R})$ は $J(\bar{p}, \bar{R})$ の擬似逆行列である。

4 視覚フィードバック制御

本節では, 視覚フィードバックシステムのモデルと安定化制御則を導出する。まず, 相対位置姿勢に対する目標値を (p_d, R_d) と表し, これらは一定であるとする。このとき, この目標値との間で以下の偏差変数を考える。

$$(p_{ec}, R_{ec}) := (\bar{p} - p_d, \bar{R}R_d^T) \quad (19)$$

これは推定値 (\hat{p}, \hat{R}) と目標値 (p_d, R_d) の間の偏差である。(14)式を用いて(19)式から制御偏差ベクトルを

$$e_c := [p_{ec}^T \ e_R^T(R_{ec})^T]^T \quad (20)$$

と定義する。(10), (19)式より, 制御偏差ベクトルに関する方程式として

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{ec} \\ (\dot{R}_{ec} R_{ec}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & \hat{p} \\ 0 & -I \end{bmatrix} u_c + R_1 u_e \quad (21)$$

が導かれる。ただし $R_1 = \text{diag}\{I, \hat{R}\}$ である。

次に, 推定偏差ベクトル e_e に関する方程式について考える。(9), (10) および (15) 式を用いることで, 推定偏差ベクトルの方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{ee} \\ (\dot{R}_{ee} R_{ee}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \hat{p}_{ee} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u_c - u_e + R_2 V_{wo} \quad (22)$$

と導出される。ただし $R_2 := \text{diag}\{R, R_{ee}\}$ と定義する。

(21), (22) 式を用いることで, 3次元視覚フィードバックシステムのモデルとして

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{ec} \\ (\dot{R}_{ec} R_{ec}^T)^\vee \\ \dot{p}_{ee} \\ (\dot{R}_{ee} R_{ee}^T)^\vee \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & \hat{p} & I & 0 \\ 0 & -I & 0 & \hat{R} \\ 0 & \hat{p}_{ee} & -I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ R_2 \end{bmatrix} V_{wo} \quad (23)$$

が導かれる。ここで, 入力ベクトルとして

$$u := [u_c^T \ u_e^T]^T \quad (24)$$

としている。また, (16), (20) 式より偏差ベクトルとして

$$e := [e_c^T \ e_e^T]^T \quad (25)$$

と定義する。

ここで, 制御則 u をつぎのように構成する。

$$u = - \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -B(p_d) & 0 \\ R_1^T & -I \end{bmatrix} e \quad (26)$$

ただし, K_c, K_e は正定行列である。また, 行列 $B: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{6 \times 6}$ は任意のベクトル $a \in \mathbb{R}^3$ に対して

$$B(a) := \begin{bmatrix} I & 0 \\ \hat{a} & I \end{bmatrix}$$

で定義される。このとき, つぎの補題が成立する。

補題 1 K_c, K_e を正定行列とする。観測対象が静止している, すなわち $V_{wo} = 0$ のとき, (23) 式と (26) 式から構成される閉ループ系の平衡点 $e = 0$ は漸近安定となる。

証明 エネルギー関数として, 次式の正定関数を考える。

$$V = \frac{1}{2} \|p_{ec}\|^2 + \phi(R_{ec}) + \frac{1}{2} \|p_{ee}\|^2 + \phi(R_{ee}) \quad (27)$$

(27) 式は, 制御偏差と推定偏差における, 位置の誤差エネルギーと姿勢の誤差エネルギーにより構成されている。(27) 式を時間微分すると

$$\dot{V} = e^T \begin{bmatrix} -B^T(p_d) & R_1 \\ 0 & -I \end{bmatrix} u = -e^T K e \quad (28)$$

が導かれる。ただし K は次式で定義される。

$$K := \begin{bmatrix} B^T(p_d) & -R_1 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(p_d) & 0 \\ -R_1^T & I \end{bmatrix}$$

K が正定行列であることより $\dot{V} < 0$ が成り立つことから, 漸近安定性が示される。

5 Receding Horizon 制御の安定性

本節では, 前節で導出した安定化制御則を用いて視覚フィードバックシステムの非線形 Receding Horizon 制御の安定性について議論していく。まず, 安定化制御則に対応する Control Lyapunov 関数に関する補題を示す。

補題 2 観測対象が静止している, すなわち $V_{wo} = 0$ のとき, (27) 式の正定関数は (23) 式の視覚フィードバックシステムに対する Control Lyapunov 関数である。

証明 (28) 式より, (23) 式の解軌道に沿った V の時間微分は

$$\begin{aligned} \inf_u \{\dot{V}\} &= \inf_u \left\{ -e^T \begin{bmatrix} B^T(p_d) & -R_1 \\ 0 & I \end{bmatrix} u \right\} \\ &= -\infty \quad \text{if } e \neq 0 \end{aligned} \quad (29)$$

となる。故に (27) 式の正定関数は (23) 式の視覚フィードバックシステムに対する Control Lyapunov 関数である。

次に, 次式の評価関数を最小化する有限区間最適制御問題を考える。

$$J(t, e, T, u) = \int_t^{t+T} h(e(\tau), u(\tau)) d\tau + \rho V(e(t+T)) \quad (30)$$

ただし, $h(e(\tau), u(\tau))$ は正定関数, $\rho \in \mathbb{R}$ は正の数とする。また, この評価関数の最小値を

$$J^*(t, e, T) = \inf_u J(t, e, T, u) \quad (31)$$

と表す。

このとき, 視覚フィードバックシステムの安定性を補償するために, 次の Receding Horizon 最適制御手法を提案する。

$$h(e, u) = e^T Q e + u^T R u \quad (32)$$

$$\begin{aligned} V(e(t+T)) &= \frac{1}{2} \|p_{ec}(t+T)\|^2 + \phi(R_{ec}(t+T)) \\ &\quad + \frac{1}{2} \|p_{ee}(t+T)\|^2 + \phi(R_{ee}(t+T)) \end{aligned} \quad (33)$$

$$e^*(t+T) = \phi_1(t, e, T, u^*(t, e, T)) \quad (34)$$

$$u^*(t, e, T) = \arg \inf_u J(t, e, T, u) \quad (35)$$

ただし, $Q > 0, R > 0$ とする。正定関数 V は補題 2 で示した Control Lyapunov 関数である。時刻 t において, 区間 $[t, t+T]$ での最適制御問題を解きそのときの最適な入力を $u^*(\tau), t \leq \tau < t+T$ とする。

えられた入力トラジェクトリーを $u^*(t, e, T)$ とし, 時刻 t での最適な入力を $u^*(t)$ と表す。 ϕ_1 は入力トラジェクトリー $u^*(t, e, T)$ をシステムに加えたときの状態を表す。次の時刻では再び最適制御問題を解きなおし, 新たな入力 $u^*(t)$ を求めることとなる。この Receding Horizon 最適制御手法に対して, 次の定理が成り立つ。

定理 1 観測対象が静止している, すなわち $V_{wo} = 0$ のとき, 評価関数 (30) を最小化する有限区間最適制御問題を考える. このとき, (32)–(35) 式の Receding Horizon 最適制御手法と安定化制御則

$$u_k = -K_k e \quad (36)$$

$$K_k := \begin{bmatrix} K_c & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -B(p_d) & 0 \\ R_1^T & -I \end{bmatrix} \quad (37)$$

により, (23) 式のシステムの平衡点 $e = 0$ は漸近安定となる.

注意 1 u_k は補題 1 で示した視覚フィードバックシステムに対する安定化制御則である. この制御則 u_k は終端重みを求めるために用いられ, システムに加えられる入力ではないことに注意しておく.

証明 区間 $[t + \delta, t + T + \delta]$ での準最適な入力として次式を考える.

$$\tilde{u} = \begin{cases} u^*(\tau) & \tau \in [t + \delta, t + T] \\ u_k(\tau) & \tau \in [t + T, t + T + \delta] \end{cases} \quad (38)$$

区間 $[t + T, t + T + \delta]$ での入力 u_k は (23) のシステムを安定化する制御則である. (38) 式を用いると, 評価関数の最小値は

$$\begin{aligned} J^*(t, e, T) &= J(t + \delta, e^*(t + \delta), T, \tilde{u}) + \int_t^{t+\delta} h(e^*, u^*) d\tau \\ &\quad + \rho[V(e^*(t + T)) - V(\phi_2(t + T + \delta; e^*(t + T), u_k))] \\ &\quad - \int_{t+T}^{t+T+\delta} h(\phi_2(t + T + \delta; e^*(t + T), u_k), u_k) d\tau \end{aligned} \quad (39)$$

と表現される. ϕ_2 はシステムに入力 u_k を加えたときの状態を表す.

\tilde{u} は区間 $[t + \delta, t + T + \delta]$ における準最適な入力であるので, 区間 $[t + \delta, t + T + \delta]$ における最適な入力を用いたときの評価関数の最小値に関して以下の不等式が成り立つ.

$$J^*(t + \delta, e^*(t + \delta), T) \leq J(t + \delta, e^*(t + \delta), T, \tilde{u}) \quad (40)$$

(40) 式に (39) 式を代入することで

$$\begin{aligned} &J^*(t + \delta, e^*(t + \delta), T) - J^*(t, e, T) \\ &\leq - \int_t^{t+\delta} h(e^*, u^*) d\tau \\ &\quad + \rho[V(\phi_2(t + T + \delta; e^*(t + T), u_k)) - V(e^*(t + T))] \\ &\quad + \int_{t+T}^{t+T+\delta} h(\phi_2(t + T + \delta; e^*(t + T), u_k), u_k) d\tau \end{aligned} \quad (41)$$

が導かれる. 上式の両辺を δ でわり, $\delta \rightarrow 0$ とすることで

$$\dot{J}^*(t, e, T) \leq -e_T^T \mathcal{P} e_T^* - e^T Q e - u^*{}^T \mathcal{R} u^* \quad (42)$$

が成り立つ. ただし行列 \mathcal{P} は次式で定義される.

$$\mathcal{P} := \rho K - Q - K_k^T \mathcal{R} K_k$$

ここで, $e^*(t + T)$ を e_T^* と表記している. 行列 \mathcal{P} が正定行列となるような $\rho > 0$ が必ず存在することから, $\dot{J}^*(t, e, T) < 0$ が成り立つ. 以上より, 評価関数 $J^*(t, e, T)$ を Lyapunov 関数とみなすことで, 平衡点の漸近安定性が示される.

本稿では, 視覚フィードバックシステムの非線形 Receding Horizon 制御の安定性について議論した. 提案する Receding Horizon 最適制御手法は, 視覚フィードバックシステムに対する安定化制御則と対応する Control Lyapunov 関数を利用することにより, 評価関数を Lyapunov 関数とみなすことで安定性の議論が可能となっている.

参考文献

- 1) S. Hutchinson, G. D. Hager, and P. I. Corke, "A Tutorial on Visual Servo Control," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 12, no. 5, pp. 651–670, 1996.
- 2) 橋本, 視覚と制御, SICE 制御部門大会前日のワークショップ テキスト, pp. 37–68, 2001.
- 3) R. Kelly, R. Carelli, O. Nasisi, B. Kuchen, and F. Reyes, "Stable Visual Servoing of Camera-in-Hand Robotic Systems," *IEEE Trans. Mechatronics*, Vol. 5, No. 1, pp. 39–48, 2000.
- 4) 丸山, 藤田, "適応 H_∞ 制御に基づくマニピュレータのロバスト視覚フィードバック制御," システム制御情報学会論文誌, Vol. 12, No. 10, pp. 579–585, 1999.
- 5) A. Maruyama and M. Fujita, "Visual Feedback Control of Rigid Body Motion Base on Dissipation Theoretical Approach," *Proc. of 38th IEEE CDC*, 1999, pp. 4161–4166.
- 6) F. Allgöwer and A. Zheng (Eds.), *Nonlinear Model Predictive Control*, Progress in Systems and Control Theory, vol. 26, Birkhäuser-Verlag, 2000.
- 7) W. Dunbar, M. Milam, R. Franz, and R. Murray, "Model Predictive Control of a Thrust-Vectored Flight Control Experiment," *Proc. of 15th IFAC*, 2002(to appear).
- 8) D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, and P. O. M. Scokaert, "Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality," *Automatica*, vol. 36, no. 6, pp. 789–814, 2000.
- 9) G. De Nicolao, L. Magni, and R. Scattolini, "Stabilizing Receding-Horizon Control of Nonlinear Time-Varying Systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 43, no. 7, pp. 1030–1036, 1998.
- 10) A. Jadbabaie, J. Yu, and J. Hauser, "Stabilizing Receding Horizon Control of Nonlinear Systems: A Control Lyapunov Function Approach," *Proc. of 1999 ACC*, 1999, pp. 1535–1539.
- 11) R. Murray, Z. Li, and S. S. Sastry, *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, CRC Press, 1994.
- 12) F. Bullo and R. Murray, "Tracking for Fully Actuated Mechanical Systems: a Geometric Framework," *Automatica*, Vol. 35, No. 1, pp. 17–34, 1999.