非線形 Receding Horizon 制御に基づく視覚フィードバックシステムの安定性について

金沢大学　○河合 宏之　藤田 政之

Visual Feedback Control of Planar Manipulators via Stabilizing Receding Horizon Control Approach

○ Hiroyuki Kawai† and Masayuki Fujita†

†Department of Electrical and Electronic Engineering, Kanazawa University

Abstract　This paper deals with the vision-based robot motion control via the nonlinear receding horizon control approach. The visual feedback system consists of the manipulator dynamics and the image dynamics which is derived from the camera model. We propose the stabilizing receding horizon control scheme which is based on a control Lyapunov function and a corresponding feedback control law. The control Lyapunov function is constructed by the full Lagrangian dynamics based on the image feature parameter potential. The proposed scheme employs the cost function as a Lyapunov function for establishing stability of nonlinear receding horizon control. The effectiveness of the proposed scheme is illustrated by applying this approach to the planar model of visual feedback system.

1　はじめに

視覚情報を用いることは, ロボットマニピュレータなどのダイナミカルシステムを未知の環境下で制御する際に非常に重要となる. この視覚情報を用いた制御は, 視覚フィードバック制御と呼ばれ様々な研究がなされている [1]. 本稿で取り扱う, マニピュレータの手先にカメラを取り付けた eye-in-hand 構造の視覚フィードバックシステムでは, Lyapunov 関数を陽に取り扱うことにより安定性の議論をする研究がなされている [2,3,4,5]. しかし, これらの研究は漸近安定性を保証しているだけで, 制御入力の最適性についての議論はなされていない.

一方で, 非線形システムの制御において, 現在の状態を常に初期状態と考え有限区間の最適制御問題をオンラインで繰り返し解く非線形 Receding Horizon 制御が注目を浴びている [6]. 近年では, 非線形 Receding Horizon 制御の安定性に関する議論がなされ, 評価関数や終端条件の構成により安定性を保証する様々な手法が提案されている [7,8,9].

本稿では, 視覚フィードバックシステムに対する非線形 Receding Horizon 最適制御手法を提案し, その安定性について議論する. 提案する Receding Horizon 最適制御手法は, 視覚フィードバックシステムに対する安定化制御則と対応する Control Lyapunov 関数を利用することにより, 評価関数を Lyapunov 関数とみなすことで安定性の議論をおこない, シミュレーションにより有効性を検証する.

2　視覚フィードバックシステムのモデリング

本稿では, 平面マニピュレータの手先にカメラを取り付けた, eye-in-hand 構造の視覚フィードバックシステムを考える. マニピュレータモデルはラグランジュの運動方程式を, カメラの幾何モデルは透視変換を利用して求める.

まず, マニピュレータダイナミクスはラグランジュの運動方程式を利用して, 一般に次のように記述される [10].

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \tag{1}$$

ここで, $q \in \mathbb{R}^n$ は関節角度, $M(q) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ は慣性行列, $C(q,\dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ はコリオリ・遠心力項を表すベクトル, $g(q) \in \mathbb{R}^n$ は重力項, そして $\tau \in \mathbb{R}^n$ は入力トルクである. このモデルのよく知られた性質として慣性行列 $M(q)$ は任意の q に対して正定となり, $\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})$ は任意の q と $\dot{q}$ に対して歪対称行列となる.

次に, カメラの幾何モデルは, $R({}^w\theta_c(q)) \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ を回転変換行列, ${}^wp_o \in \mathbb{R}^2$ を基準座標系における観測対象の位置, ${}^wp_c(q) \in \mathbb{R}^2$ を基準座標系におけるカメラの位置とすると, 透視変換を用いることにより

$$f(q) = \frac{s\lambda}{{}^wz_o} R^T({}^w\theta_c(q))({}^wp_o - {}^wp_c(q)) \tag{2}$$

で与えられる [3,4]. ただし, $s > 0$ は CCD カメラの 1 画素あたりの長さの逆数 [pixels/m] を与えるスケーリングパラメータ, $\lambda > 0$ は焦点距離, ${}^wz_o > 0$ は奥行きの距離を表す定数とする. eye-in-hand 構造の視覚フィードバックシステムでは, 手先に取り付けられたカメラの速度 ${}^w\dot{p}_c(q)$ は, マニピュレータの各関節速度 $\dot{q}$ とマニピュレータヤコビアン $J_p(q)$ を用いることにより次のように表される [10].

$${}^w\dot{p}_c(q) = J_p(q)\dot{q} \tag{3}$$

本稿では, 観測対象点 ${}^wp_o$ が静止している, つまり ${}^w\dot{p}_o = 0$ と仮定する. このとき, (2) 式の時間微分を求めると

$$\dot{f} = -\frac{s\lambda}{{}^wz_o} R^T J_p\dot{q} - R^T\dot{R}f \tag{4}$$

となる. ここで R は回転行列であり $RR^T = R^TR = I$ の関係が成り立つことから, $R^T\dot{R}$ は歪対称行列となる. この性質はマニピュレータダイナミクスの有する $\dot{M}(q) - 2C(q,\dot{q})$ の歪対称性と同様に重要な性質である.

以上より, 視覚フィードバックシステムのモデルは, 次のように記述される.

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \tag{5}$$

$$\dot{f} = -\frac{s\lambda}{{}^wz_o} R^T J_p\dot{q} - R^T\dot{R}f \tag{6}$$

本稿では, 次の仮定をおく.

仮定 1　マニピュレータの動作範囲はある範囲に限定し, $f = 0$ を達成するマニピュレータの関節角度が, 動作範囲内に必ず存在する.

仮定 2　マニピュレータヤコビアン J_p は正則である.

これらは, 視覚フィードバック制御問題が可解であるための仮定や, 冗長性や特異姿勢といったマニピュレータの運動学上の困難な問題を回避するためによく用いられる仮定である [2,3,4].

3　視覚フィードバック制御

非線形 Receding Horizon 制御の安定性を示すために, 様々なアプローチが提案されているが, 本稿では, 視覚フィードバックシステムの有する特徴を利用するため, 安定化制御則と対応する Control Lyapunov 関数を用いることを考える. そのため本節では, 非線形 Receding Horizon 制御を考えるための準備として, 前節において提案した視覚フィードバックシステムに対し安定性を満たす視覚フィードバック制御則について述べる.

視覚フィードバックシステムにおけるマニピュレータへの入力トルク τ として, 次の制御則を考える [4].

$$\begin{aligned}\tau &= u + \alpha M(q)\dot{\eta} + \alpha C(q,\dot{q})\eta + g(q) \\ &= u + Y(q,\dot{q},\alpha\eta,\alpha\dot{\eta})\theta \end{aligned} \tag{7}$$

ここで, $\eta := J_p^T Rf$ で定義し, $\alpha \in \mathbb{R}$ は正のスカラとする. u は制御目的を達成するための制御入力である. (5), (6) 式の視覚フィードバックシステムと (7) 式の制御則により構成されるシステムは

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= -M^{-1}C\xi + M^{-1}u \\ \dot{f} &= -\frac{s\lambda\alpha}{{}^w z_o} R^T J_p J_p^T Rf - \frac{s\lambda}{{}^w z_o} R^T J_p \xi - R^T \dot{R} f \end{aligned} \tag{8}$$

となる. ただし, $\xi := \dot{q} - \alpha J_p^T Rf$ と定義する. ここで, 入力として

$$u = -K_1\xi + J_p^T Rf \tag{9}$$

を考える. ただし $K_1 \in \mathbb{R}^{n\times n}$ は正定行列とする. このとき, (8) 式のシステムと (9) 式の入力により構成される閉ループ系に対して, 次の補題が成り立つ .

補題 1　(8), (9) 式により構成される閉ループ系を考える. $K_1 > 0$ とするとき, 閉ループ系の平衡点 $[\xi^T \ f^T]^T = 0$ は漸近安定である [4].

証明: $M(q)$ が正定行列である性質を用いることにより, Lyapunov 関数候補として, 次式の正定関数を考える.

$$V = \frac{1}{2}\xi^T M(q)\xi + \frac{{}^w z_o}{2s\lambda}\|f\|^2 \tag{10}$$

V を時間微分し, $\dot{M} - 2C$ と $R^T\dot{R}$ の歪対称性を用いると, 次式がえられる.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \frac{1}{2}\xi^T(\dot{M} - 2C)\xi + \xi^T u \\ &\quad -\alpha f^T R^T J_p J_p^T Rf - f^T R^T J_p \xi - \frac{{}^w z_o}{s\lambda} f^T R\dot{R} f \\ &= \xi^T u - \alpha f^T R^T J_p J_p^T Rf - f^T R^T J_p \xi \end{aligned} \tag{11}$$

上式に (9) 式の制御入力をくわえると

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\xi^T K_1 \xi + \xi^T J_p^T Rf - \alpha f^T R^T J_p J_p^T Rf - f^T R^T J_p \xi \\ &= -\xi^T K_1 \xi - \alpha f^T R^T J_p J_p^T Rf \end{aligned} \tag{12}$$

となる. $[\xi^T \ f^T R^T J_p]^T \neq 0$ に対して $\dot{V} < 0$ が成り立ち, さらに R と J_p が正則であることから, すべての $[\xi^T \ f^T]^T \neq 0$ に対して $\dot{V} < 0$ が成り立つ. よって, 平衡点 $[\xi^T \ f^T]^T = 0$ の漸近安定性が成立する. □

補題 2　(9) 式の制御則に対する Lyapunov 関数

$$V = \frac{1}{2}\xi^T M(q)\xi + \frac{{}^w z_o}{2s\lambda}\|f\|^2$$

は Control Lyapunov 関数である [4].

証明: (8) 式のシステムを考える. 補題 1 の (11) 式より $\dot{V}$ に対して

$$\begin{aligned}\inf_u\{\dot{V}\} &= \inf_u\Big\{-\alpha f^T R^T J_p J_p^T Rf - f^T R^T J_p \xi + \xi^T u\Big\} \\ &= \begin{cases} -\alpha f^T R^T J_p J_p^T Rf & \text{if} \quad \xi = 0 \\ -\infty & \text{if} \quad \xi \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{13}$$

が成り立つ. よって, 正定関数 V は Control Lyapunov 関数である. □

補題 1, 2 により, 視覚フィードバックシステムにおいて, 漸近安定性を満たす安定化制御則と, それに対応した Control Lyapunov 関数がえられる.

4　非線形 Receding Horizon 制御の安定性

本節では, 前節で導出した安定化制御則と対応する Control Lyapunov 関数を用いたアプローチにより, 視覚フィードバックシステムの非線形 Receding Horizon 制御の安定性について議論していく. Receding Horizon 制御では有限区間の最適制御問題を各時刻で解くことにより解を求める. そこで, (8) 式の視覚フィードバックシステムに対する, 有限区間の最適制御問題の評価関数として次式を考える.

$$\begin{aligned}J(t,x,T,u) = \inf_u \int_t^{t+T} & h(\xi(\tau), f(\tau), u(\tau))d\tau \\ & +\rho V(x(t+T)) \end{aligned} \tag{14}$$

$\rho > 0$ を設計パラメータとし, $\rho V(x(t+T))$ は時刻 $t+T$ における終端重み, $x := [\xi^T \ f^T]^T$ と定義する. ここで, $h(\xi,f,u)$ として次のような正定関数を考える.

$$h(\xi,f,u) = \xi^T \mathcal{Q}_1 \xi + f^T R^T J_p \mathcal{Q}_2 J_p^T Rf + u^T \mathcal{R} u \tag{15}$$

ただし, $\mathcal{Q}_1 > 0$, $\mathcal{Q}_2 > 0$, $\mathcal{R} > 0$ とする.

非線形 Receding Horizon 制御における安定性を得るため, 次の Receding Horizon 最適制御手法を提案する.

$$\begin{aligned}V(x(t+T)) &= \frac{1}{2}\xi^T(t+T)M\xi(t+T) \\ &\quad + \frac{{}^w z_o}{2s\lambda} f^T(t+T)f(t+T) \end{aligned} \tag{16}$$

$$x^o(t+T) = \phi_1\Big(t, x(t), T, u^o(t,x,T)\Big) \tag{17}$$

$$u^o(t,x,T) = \arg\inf_u J\Big(t,x,T,u\Big), \tag{18}$$

まず V は, 補題 2 で示した Control Lyapunov 関数を用いる. 時刻 t において, 区間 $[t, t+T]$ における有限区間最適制御問題を解くことにより, その入力 $u^o(\tau)$, $t \le \tau < t+T$ が求まる (Fig. 1 参照). ϕ_1 は現在の状態 $x(t)$ を初期状態として, 入力 $u^o(\tau)$, $t \le \tau < t+T$ を用いた場合の時刻 $t+T$ における状態を表している. 求まった入力 $u^o(\tau)$, $t \le \tau < t+T$ の最初の入力 $u^o(t)$ のみを用いて, 次の状態に移ったときに, 再び入力を求めなおす. これを繰り返すことにより各時刻での入力が求まることになる.

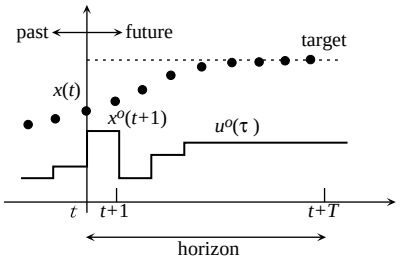

Fig. 1: Receding Horizon アプローチ

定理 1 (14)–(18) 式の Receding Horizon 最適制御手法を用い $\rho > 0$ を適切に選ぶとき, (8) 式のシステムの平衡点 $[\xi^T \ f^T]^T = 0$ は漸近安定となる.

証明: Receding Horizon 最適制御手法を用いたときの評価関数 $J^o(t,x,T)$ が Lyapunov 関数となっていることを示すことにより, 安定性の証明をおこなう. $J^o(t,x,T)$ は $h(\xi,f,u)$ の定義と $\rho > 0$ であること, V を Control Lyapunov 関数としたことから正定関数である. ここで $u_k(\tau)$ を補題 1 で示した入力とし,

$$u_k = -K_1\xi + J_p^T Rf \tag{19}$$

とし, $[t+\delta, t+T+\delta]$ での入力を次のように構成する.

$$\tilde{u} = \begin{cases} u^o(\tau) & \tau \in [t+\delta, t+T] \\ u_k(\tau) & \tau \in [t+T, t+T+\delta] \end{cases} \tag{20}$$

このとき, (20) 式の入力 $\tilde{u}$ を用いることにより, 最適な入力 u^o を用いたときの評価関数の値 $J^o(t,x,T)$ に関して次の関係式が導かれる.

$$\begin{aligned} &J^o(t,x,T) \\ &= J(t+\delta, x^o(t+\delta), T, \tilde{u}) + \int_t^{t+\delta} h(\xi^o, f^o, u^o)d\tau \\ &+\rho[V(x^o(t+T)) - V(\phi_2(t+T+\delta; x^o(t+T), u_k))] \\ &- \int_{t+T}^{t+T+\delta} h(\phi_2(t+T+\delta; x^o(t+T), u_k), u_k)d\tau \end{aligned} \tag{21}$$

ϕ_2 は u_k を入力として用いたときの状態を表している. $J(t+\delta, x^o(t+\delta), T, \tilde{u}) \ge J^o(t+\delta, x^o(t+\delta), T)$ であるので

$$\begin{aligned} &J^o(t+\delta, x^o(t+\delta), T) - J^o(t,x,T) \\ &\le -\int_t^{t+\delta} h(\xi^o, f^o, u^o)d\tau \\ &+\rho[V(\phi_2(t+T+\delta; x^o(t+T), u_k)) - V(x^o(t+T))] \\ &+ \int_{t+T}^{t+T+\delta} h(\phi_2(t+T+\delta; x^o(t+T), u_k), u_k)d\tau \end{aligned} \tag{22}$$

となる. 両辺を δ で割り $\delta \to 0$ とすることで $J^o(t,x,T)$ の時間微分が次のように求まる.

$$\begin{aligned} &\dot{J}^o(t,x,T) \\ &\le \rho\dot{V}(x_T^o) + {\xi_T^o}^T \mathcal{Q}_1 \xi_T^o + {f_T^o}^T {R_T^o}^T J_{pT}^o \mathcal{Q}_2 {J_{pT}^o}^T R_T^o f_T^o \\ &+u_k^T \mathcal{R} u_k - \left(\xi^T \mathcal{Q}_1 \xi + f^T R^T J_p \mathcal{Q}_2 J_p^T Rf + {u^o}^T \mathcal{R} u^o\right) \end{aligned} \tag{23}$$

ただし, x_T^o は最適な入力 u^o を加えたときの時刻 $t+T$ における状態 $x^o(t+T)$ を表している. ξ_T^o, f_T^o, R_T^o, J_{pT}^o についても同様である. (8) 式のシステムに沿って (16) 式の Control Lyapunov 関数を時間微分し, $\dot{M} - 2C$ と $R^T\dot{R}$ の歪対称性を用いることにより

$$\dot{V}(x_T^o) = -{\xi_T^o}^T K_1 \xi_T^o - \alpha {f_T^o}^T {R_T^o}^T J_{pT}^o {J_{pT}^o}^T R_T^o f_T^o \tag{24}$$

となる. よって (23) 式と, (19) 式の制御則を用いると

$$\begin{aligned} &\dot{J}^o(t,x,T) \\ &\le -\begin{bmatrix} {\xi_T^o}^T & {f_T^o}^T {R_T^o}^T J_{pT}^o \end{bmatrix} \mathcal{P} \begin{bmatrix} \xi_T^o \\ {J_{pT}^o}^T R_T^o f_T^o \end{bmatrix} \\ &-\xi^T \mathcal{Q}_1 \xi - f^T R^T J_p \mathcal{Q}_2 J_p^T Rf - {u^o}^T \mathcal{R} u^o \end{aligned} \tag{25}$$

となる. ただし

$$\mathcal{P} := \begin{bmatrix} \rho K_1 - K_1\mathcal{R}K_1 - \mathcal{Q}_1 & K_1\mathcal{R} \\ \mathcal{R}K_1 & \rho\alpha I - \mathcal{R} - \mathcal{Q}_2 \end{bmatrix}$$

で定義される. $J^o(t,x,T)$ は正定関数であり, $\mathcal{P}$ が正定行列となるように $\rho > 0$ を選ぶとき, R, J_p の正則性を考えあわせると, 平衡点以外で $J^o(t,x,T)$ の時間微分が負定となることから, $J^o(t,x,T)$ を Lyapunov 関数とみなすことができる. よって, 平衡点 $[\xi^T \ f^T]^T = 0$ は漸近安定である. □

提案した Receding Horizon 最適制御手法は, 前節で述べた安定化制御則と対応する Control Lyapunov 関数を用いたことにより, 最適な評価関数の値 $J^o(t,x,T)$ を Lyapunov 関数とみなすことができ, 安定性に関する議論が可能となっている.

5 シミュレーション

提案する Receding Horizon 最適制御手法の有効性を検証するため, 平面マニピュレータの視覚フィードバックシステムにおけるシミュレーションをおこなう. シミュレーション状況は次のとおりである. カメラと観測対象までの距離を ${}^w z_o = 1.86$ m とし, $s\lambda$ の値を 2180 pixels とする. 観測対象は $X_w - Y_w$ 平面上の ${}^w p_o = [\ 0.3414 \quad -0.1414\ ]^T$ に固定されている.

マニピュレータの関節角度と速度の初期値はそれぞれ $q_1(0) = 0$ rad, $q_2(0) = \pi/2$ rad, $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0$ rad/s とする. このとき, 初期状態は Fig. 2 に示すように $x(0) = [\ \xi_1 \quad \xi_2 \quad f_1 \quad f_2\ ]^T = [\ 113 \quad 33 \quad -400 \quad -165\ ]^T$ となる.

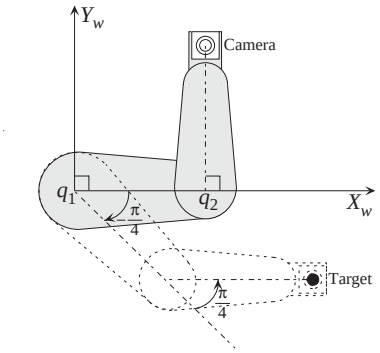

Fig. 2: マニピュレータの初期状態と目標状態

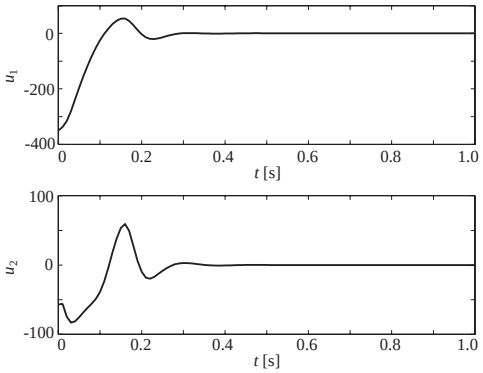

Fig. 3: 制御入力 u ($\rho = 10$)

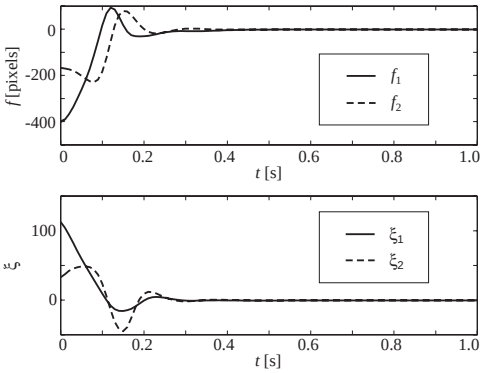

Fig. 4: 状態 f および ξ ($\rho = 10$)

各ゲイン行列は $\mathcal{Q}_1 = \mathrm{diag}\{2,1\}$, $\mathcal{Q}_2 = \mathrm{diag}\{2,1\}$, $\mathcal{R} = \mathrm{diag}\{2,1\}$ とする. このとき, サンプリング時間を 0.01 s, ホライズンの長さを $T = 0.05$ とし $\mathcal{P} > 0$ を満たすために $\rho = 10$ とした.

Receding Horizon 制御では, 現在の時刻 t と状態 x において, $[t, t+T]$ で最適となる入力 $u^o(t, x, T)$ が計算され, その求まった入力トラジェクトリーの最初の入力 $u^o(t)$ のみが用いられる. この計算を繰り返すことにより, (8), (14) 式で表される有限区間の最適制御問題が解かれることになる.

Fig. 3 と Fig. 4 に, 求まった最適な入力 u と状態 f と ξ をそれぞれ示す. 提案する Receding Horizon 最適制御手法により, 視覚フィードバックシステムの平衡点が漸近安定となっていることが確認できる.

6 おわりに

本稿では, 視覚フィードバックシステムの非線形 Receding Horizon 制御の安定性について議論した. 提案する Receding Horizon 最適制御手法は, 視覚フィードバックシステムに対する安定化制御則と対応する Control Lyapunov 関数を利用することにより, 評価関数を Lyapunov 関数とみなせることから安定性の議論が可能となっている. また, 提案する Receding Horizon 最適制御手法により視覚フィードバックシステムの平衡点が漸近安定となっていることが, シミュレーションからも確認された.

参考文献

1) S. Hutchinson, G. Hager, and P. Corke, "A Tutorial on Visual Servo Control," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 12, no. 5, pp. 651–670, 1996.

2) R. Kelly, R. Carelli, O. Nasisi, B. Kuchen, and F. Reyes, "Stable Visual Servoing of Camera-in-Hand Robotic Systems," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 5, no. 1, pp. 39–48, 2000.

3) 丸山, 藤田, "適応 H_∞ 制御に基づくマニピュレータのロバスト視覚フィードバック制御," システム制御情報学会論文誌, vol. 12, no. 10, pp. 579–585, 1999.

4) M. Fujita, A. Maruyama, M. Watanabe, and H. Kawai, "Inverse Optimal H_∞ Disturbance Attenuation for Planar Manipulators with Eye-in-Hand System," *Proc. of 39th IEEE CDC*, pp. 3945–3950, 2000.

5) E. Zergeroglu, D. M. Dawson, M. S. de Queiroz, and S. Nagarkatti, "Robust Visual-Servo Control of Robot Manipulators in the Presence of Uncertainty," *Proc. of 38th IEEE CDC*, pp. 4137–4142, 1999.

6) F. Allgöwer and A. Zheng (Eds.), *Nonlinear Model Predictive Control*, Birkhäuser, 2000.

7) G. De Nicolao, L. Magni, and R. Scattolini, "Stabilizing Receding-Horizon Control of Nonlinear Time-Varying Systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 43, no. 7, pp. 1030–1036, 1998.

8) A. Jadbabaie, J. Yu, and J. Hauser, "Stabilizing Receding Horizon Control of Nonlinear Systems: A Control Lyapunov Function Approach," *Proc. of 1999 ACC*, pp. 1535–1539, 1999.

9) D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, and P. O. M. Scokaert, "Constrained Model Predictive Control:Stability and Optimality," *Automatica*, vol. 36, no. 6, pp. 789–814, 2000.

10) R. Murray, Z. Li, and S. Sastry, *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, CRC Press, 1994.