

非線形 Receding Horizon 制御に基づく 視覚フィードバックについて —Control Lyapunov 関数アプローチ—

金沢大学 藤田 政之 ○河合 宏之 河合 康典

Visual Feedback Control of Planar Manipulators Based on Nonlinear Receding Horizon Control Approach

Masayuki Fujita[†], ○Hiroyuki Kawai[†], and Yasunori Kawai[†]

[†]Department of Electrical and Electronic Engineering, Kanazawa University

Abstract: This paper deals with the vision-based robot motion control via the nonlinear receding horizon control approach. We propose the stabilizing receding horizon control scheme which is based on a control Lyapunov function and a corresponding feedback control law. The control goal is to place the planar robot end-effector over a desired static target by using the vision system equipped with an eye-in-hand camera.

1 はじめに

視覚情報を利用し、マニピュレータなどのメカニカルシステムを制御するには、ロボットダイナミクスと視覚情報処理システムを融合することが重要である。未整備の環境下において動作するメカニカルシステムにとって、視覚情報は必要不可欠である。この視覚情報を利用した制御は、視覚フィードバック制御と呼ばれ、さまざまな研究がおこなわれている [1]。

本稿では、図 1 に示すような、マニピュレータの手先にカメラを取り付けた、eye-in-hand 構造の視覚フィードバックシステムについて考える。特に、視覚フィードバックシステムは非線形システムであるため、安定性の解析には、Lyapunov 関数を陽に取り扱い議論することが重要である [2]–[7]。一方で、非線形システムの制御において、計算機の発達とともに、有限区間の最適制御問題をオンラインで繰り返し解く非線形 Receding Horizon 制御が注目を浴びている [8]。近年では、非線形 Receding Horizon 制御の安定化についての議論がなされている [9], [10]。

そこで本研究では、視覚フィードバックシステムに対する非線形 Receding Horizon 制御を提案し、その安定性について議論する。提案する非線形 Receding Horizon 制御則では、視覚フィードバックシステムに対する Control Lyapunov 関数と、それに対応した、閉ループシステムを安定化する制御則が重要になる。本研究において重要な役割をはたす、Control Lyapunov 関数と対応する制御則は、文献 [6] において、著者らによって提案されている。

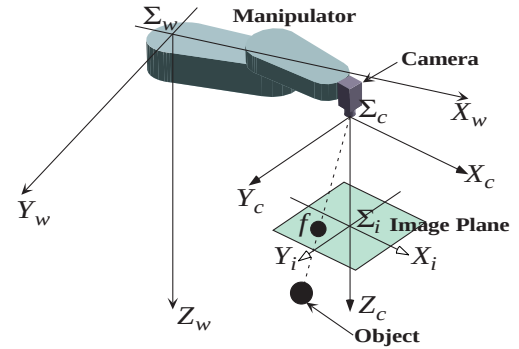


図 1: Planar Visual Feedback Configuration

2 準備

非線形 Receding Horizon 制御に関する準備として、本節では、文献 [10] の結果についてまとめる。まず、次に示す有限区間最適制御問題を考える。

$$J(t, x, T, u) = \inf_{u_{[t, t+T]}} \int_t^{t+T} h(x(\tau), u(\tau)) d\tau + M(x(t+T)) \quad (1)$$

subject to $\dot{x} = f(x, u)$

ここで、 $h(x, u)$ は $x \in \mathbb{R}^n$ と $u \in \mathbb{R}^m$ に関する正定関数である。 $J^*(t, x, T, u)$ を有限区間最適制御問題の評価関数が最適化された値とする。時刻 t において、有限区間 $[t, t+T]$ で最適化問題を解き、その際の解として、最適制御則 $u^*(\tau)$, $t \leq \tau < t+T$ が求まる。このとき、時刻 t の入力を $u^*(t)$

とし、この計算を繰り返すことによりフィードバック制御則を求める。ここで、閉ループ系の安定性に関して、次の補題が成り立つ [10]。

補題 1 安定化制御則 $u_k(x)$ が存在するとき、(2) 式の Receding Horizon 最適制御手法はシステムの平衡点を漸近安定化する。

$$\begin{aligned} M(x(t+T)) &= \int_{t+T}^{\infty} h\left(\phi_2\left(\tau; t+T, x_T^*, u_k\right), \right. \\ &\quad \left. u_k\left(\phi_2\left(\tau; t+T, x_T^*, u_k\right)\right)\right) d\tau \\ x_T^* &= \phi_1\left(t, x(t), T, u^*(t, x, T)\right) \\ u^*(t, x, T) &= \arg \inf_u J\left(t, x, T, u\right) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 ϕ_1 は、有限区間 $[t, t+T]$ でのトラジェクトリー $u^*(t, x, T)$ をくわえたときの状態 x の変化を表している。 ϕ_2 は制御則 u_k をくわえたときの状態 x の変化を表している。

補題 2 次式の関数を終端重みとした、有限区間最適制御問題を考える。

$$M(x(t+T)) = \rho V(x(t+T)) \quad (3)$$

ただし、 V は 事前にえられる Control Lyapunov 関数であり、 ρ は設計パラメータである。ここで、最適な評価関数の値を J_V^* と表す。このとき $\rho \geq \rho_0$ を満たす ρ_0 が存在し、 J_V^* は Receding Horizon 制御を用いた閉ループ系に対する Lyapunov 関数となる。

3 視覚フィードバックシステムのモデリング

本稿では、視覚フィードバックシステムとして、図 1 のような、座標系 Σ_w 上の平面マニピュレータの手先にカメラを取り付けた、eye-in-hand 構造を考える。マニピュレータモデルはラグランジュの運動方程式を、カメラの幾何モデルは透視変換を利用して求める。

3.1 マニピュレータモデル

マニピュレータはラグランジュの運動方程式を利用して、一般に次のように記述される。

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (4)$$

ここで、 $q \in \mathbb{R}^n$ は関節角度、 $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は慣性行列、 $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ はコリオリ・遠心力項、 $g(q) \in \mathbb{R}^n$ は重力項、 $\tau \in \mathbb{R}^n$ は入力トルクである。ラグランジュの運動方程式のよく知られた性質として、次の性質がある [11]。

性質 1 $M(q)$ は正定行列である。

性質 2 $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ は歪対称行列である。

性質 2 は受動性の性質と関係がある、

3.2 カメラモデル

カメラの幾何モデルは、透視変換により

$$f(q) = \frac{s\lambda}{w_{z_o}} R'({}^w\theta_c(q)) ({}^w p_o - {}^w p_c(q)) \quad (5)$$

で与えられる [3]–[6]。ここで、 $R({}^w\theta_c(q)) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ は回転変換行列、 $s > 0$ は CCD カメラの 1 画素あたりの長さの逆数 [pixels/m] を与えるスケーリングパラメータ、 $\lambda > 0$ は焦点距離、 $w_{z_o} > 0$ は奥行き距離をあらわす定数、 ${}^w p_o \in \mathbb{R}^2$ は基準座標系における観測対象の位置、 ${}^w p_c(q) \in \mathbb{R}^2$ は基準座標系におけるカメラの位置である。eye-in-hand 構造をもつシステムでは、マニピュレータの各関節速度 $\dot{q}$ と手先に取り付けられたカメラの速度 ${}^w \dot{p}_c(q)$ との関係は、マニピュレータヤコビアン $J_p(q)$ を用いて、次のように表される [11]。

$${}^w \dot{p}_c(q) = J_p(q)\dot{q} \quad (6)$$

ここで、対象点 ${}^w p_o$ が静止している、つまり ${}^w \dot{p}_o = 0$ と仮定し、(5) 式の時間微分を求めると

$$\dot{f} = -\frac{s\lambda}{w_{z_o}} R' J_p \dot{q} - R' \dot{R} f \quad (7)$$

となる。ここで $R' \dot{R}$ に関して次の性質が成り立つ [11]。

性質 3 $R' \dot{R}$ は歪対称行列である。

性質 3 は、受動性に基づく制御において重要な性質である。本稿では、次の仮定をおく。

仮定 1 マニピュレータの動作範囲はある範囲に限定し、 $f = 0$ を達成するマニピュレータの関節が角度が、動作範囲内に必ず存在する。

仮定 2 マニピュレータヤコビアン J_p は正則である。

仮定 1 は、視覚フィードバック制御問題が可解であるための仮定であり、仮定 2 は冗長性や特異姿勢といった、マニピュレータの運動学上の困難な問題を回避するための仮定である。

4 視覚フィードバックシステムの安定化制御則と Control Lyapunov 関数

本節では、非線形 Receding Horizon 制御の安定性を示すための準備として、視覚フィードバックシステムにおいて、安定性を満たす視覚フィードバック制御則について述べる。(4)、(7) 式より、視覚フィードバックシステムのモデルを、次のように記述する。

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (8)$$

$$\dot{f} = -\frac{s\lambda}{w_{z_o}} R' J_p \dot{q} - R' \dot{R} f \quad (9)$$

マニピュレータへの入力トルクとして、次の制御則を用いる [6].

$$\begin{aligned}\tau &= u + \alpha M(q)\dot{\eta} + \alpha C(q, \dot{q})\eta + g(q) \\ &= u + Y(q, \dot{q}, \alpha\eta, \alpha\dot{\eta})\theta\end{aligned}\quad (10)$$

ここで、 $\eta := J_p' R f$ であり、 $\alpha \in \mathbb{R}$ は正のスカラーである。 u は制御目的を達成するための制御入力である。(8) 式のマニピュレータモデル、(9) 式のカメラモデルおよび (10) 式の制御則から構成される閉ループ系は

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= -M^{-1}C\xi + M^{-1}u \\ \dot{f} &= -\frac{s\lambda\alpha}{wz_o}R'J_pJ_p'Rf - \frac{s\lambda}{wz_o}R'J_p\xi - R'\dot{R}f\end{aligned}\quad (11)$$

である。ただし、 $\xi := \dot{q} - \alpha J_p' R f$ である。

次に示す補題は、次節の非線形 Receding Horizon 制御の安定性を示す際に、重要な役割をはたす。

補題 3 [6] 仮定 1, 2 のもと、(11) 式に次の制御則をくわえた閉ループ系を考える。

$$u = -K_1\xi + J_p'Rf \quad (12)$$

ここで $K_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は正定行列である。このとき、(11) 式の閉ループ系における平衡点 $[\xi' f']' = 0$ は漸近安定である。

証明: 性質 1, すなわち $M(q) > 0$ を用いることにより、Lyapunov 関数候補として、(13) 式の正定関数を考える。

$$V = \frac{1}{2}\xi'M(q)\xi + \frac{wz_o}{2s\lambda}\|f\|^2 \quad (13)$$

関数 V を (11) 式の閉ループ系の解軌道に沿って時間微分し、性質 2, 3 すなわち、 $\dot{M} - 2C$ と $R'\dot{R}$ の歪対称性を用いると、次式がえられる。

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \frac{1}{2}\xi'(\dot{M} - 2C)\xi + \xi'u \\ &\quad - \alpha f'R'J_pJ_p'Rf - f'R'J_p\xi - \frac{wz_o}{s\lambda}f'R'\dot{R}f \\ &= \xi'u - \alpha f'R'J_pJ_p'Rf - f'R'J_p\xi\end{aligned}\quad (14)$$

上式に (12) 式の制御入力をくわえると

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\xi'K_1\xi + \xi'J_p'Rf - \alpha f'R'J_pJ_p'Rf - f'R'J_p\xi \\ &= -\xi'K_1\xi - \alpha f'R'J_pJ_p'Rf\end{aligned}\quad (15)$$

となる。 R と J_p の正則性より、すべての $[\xi' f']' \neq 0$ に対して $\dot{V}$ の負定性が成り立つ。よって、平衡点 $[\xi' f']' = 0$ の漸近安定性が成立する。□

補題 4 [6] (12) 式の制御則に対する Lyapunov 関数

$$V = \frac{1}{2}\xi'M(q)\xi + \frac{wz_o}{2s\lambda}\|f\|^2$$

は Control Lyapunov 関数である。

証明: (11) 式のシステムを考える。補題 3 の (14) 式より、(12) 式の制御入力 u をくわえる前の $\dot{V}$ に対して

$$\begin{aligned}\inf_u \{\dot{V}\} &= \inf_u \left\{ -\alpha f'R'J_pJ_p'Rf - f'R'J_p\xi + \xi'u \right\} \\ &= \begin{cases} -\alpha f'R'J_pJ_p'Rf & \text{if } \xi = 0 \\ -\infty & \text{if } \xi \neq 0 \end{cases}\end{aligned}\quad (16)$$

が成り立つ。よって、正定関数 V は Control Lyapunov 関数である。□

補題 3, 4 により、視覚フィードバックシステムにおける漸近安定性を満たす安定化制御則と、それに対応した Control Lyapunov 関数がえられた。

5 非線形 Receding Horizon 制御

非線形 Receding Horizon 制御に基づく、視覚フィードバックシステムの安定性について考える。視覚フィードバックシステムの有限区間最適制御問題として、次の最小化問題を考える。

$$J(t, x, T, u) = \inf_u \int_t^{t+T} h(\xi(\tau), f(\tau), u(\tau)) d\tau + \rho V(x(t+T)) \quad (17)$$

$h(\xi, f, u)$ として、次のような正定関数を考える。

$$h(\xi, f, u) = \xi'Q_1\xi + f'R'J_pQ_2J_p'Rf + u'Ru \quad (18)$$

ただし、 $Q_1 > 0$, $Q_2 > 0$, $R > 0$ であり、 ρ は設計パラメータ、 V は終端重みである。

有限区間最適制御問題における、閉ループ系の安定性をえるために、次の Receding Horizon 最適制御手法を考える。

$$\begin{aligned}V(x(t+T)) &= \frac{1}{2}\xi'(t+T)M\xi(t+T) \\ &\quad + \frac{wz_o}{2s\lambda}f'(t+T)f(t+T)\end{aligned}\quad (19)$$

$$x^*(t+T) = \phi_1\left(t, x, T, u^*(t, x, T)\right) \quad (20)$$

$$u^*(t, x, T) = \arg \inf_u J\left(t, x, T, u\right) \quad (21)$$

ここで、 $x := [\xi' f']'$ である。 V は、補題 4 で示した Control Lyapunov 関数である。時刻 t において、有限区間 $[t, t+T]$ で最適化問題を解き、その際の解として、最適制御則 $u^*(\tau)$, $t \leq \tau < t+T$ が求まる (図 2 参照)。このとき、求まった最適制御則 $u^*(\tau)$ の有限区間 $[t, t+T]$ でのトラジェクトリーを $u^*(t, x, T)$ と表し、時刻 t における最適制御則を $u^*(t)$ と表す。 ϕ_1 は、有限区間 $[t, t+T]$ でのトラジェクトリー $u^*(t, x, T)$ をくわえたときの状態 x の変化を表している。

補題 1-4 と上述の Receding Horizon 最適制御手法により、次の定理が導かれる。

定理 1 (11) 式の閉ループ系に関して、(17) 式の有限区間最適制御問題を考える。閉ループ系への入力として、次の制御則 u_k を考える。

$$u_k = -K_1\xi + J_p'Rf \quad (22)$$

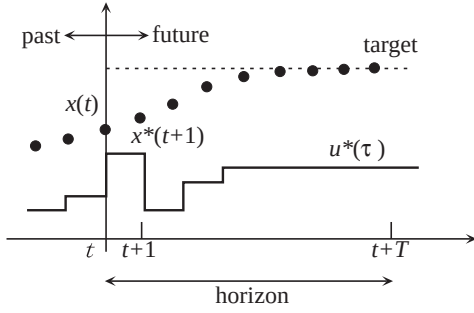


図 2: Receding Horizon Approach

ただし, $\xi := \dot{q} - \alpha\eta$ と定義し, $K_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は正定行列であり, u_k は補題 3 で示した, (11) 式の視覚フィードバックシステムにおける安定化制御則である. このとき, (19)–(21) 式で示した, Receding Horizon 最適制御手法は, 閉ループ系の平衡点 $[\xi' f']' = 0$ を漸近安定化する.

注意 1 安定化制御則 u_k は, 終端重みを求めるときにのみ用いられ, 実際には, 制御則としては用いられない.

証明: $J^*(t, x, T, u)$ を閉ループ系に関する Lyapunov 関数とみなすことにより証明をおこなう. まず, 有限区間 $[t, t+T+\delta]$ への入力として, 次の制御則を構成する.

$$u = \begin{cases} u^*(\tau) & \tau \in [t, t+T] \\ u_k(\tau) & \tau \in [t+T, t+T+\delta] \end{cases} \quad (23)$$

まず, $J^*(t, x, T, u)$ は V が Control Lyapunov 関数であることから, 平衡点以外では正定性を有する. $J^*(t, x, T, u)$ の時間微分を求めると次のようになる.

$$\begin{aligned} \dot{J}^*(t, x, T, u) &= \rho \dot{V}(x_T^*) + \xi_T^{*'} Q_1 \xi_T^* + f_T^{*'} R_T^{*'} J_{pT}^* Q_2 J_{pT}^{*'} R_T^* f_T^* \\ &\quad + u_k' R u_k - \xi' Q_1 \xi - f' R' J_p Q_2 J_p' R f - u^{*'} R u^* \end{aligned} \quad (24)$$

ここで, $x^*(t+T)$ を x_T^* と表記する. ξ_T^* , f_T^* , R_T^* , J_{pT}^* に対しても同様である. (19) 式の Control Lyapunov 関数を (11) 式のシステムの解軌道に沿って時間微分し, 性質 2, 3 と (22) 式の安定化制御則を用いることにより, $\dot{V}(x_T^*)$ は次のように求まる.

$$\dot{V}(x_T^*) = -\xi_T^{*'} K_1 \xi_T^* - \alpha f_T^{*'} R_T^{*'} J_{pT}^* J_{pT}^{*'} R_T^* f_T^* \quad (25)$$

よって, (24) 式と (22) 式の制御則を用いると

$$\begin{aligned} \dot{J}^*(t, x, T, u) &= -x_T^{*'} P x_T^* - \xi' Q_1 \xi \\ &\quad - f' R' J_p Q_2 J_p' R f - u^{*'} R u^* \end{aligned} \quad (26)$$

となる. ただし,

$$P := \begin{bmatrix} \rho K_1 - K_1 R K_1 - Q_1 & & \\ & K_1 R J_{pT}^{*'} R_T^* & \\ & \rho \alpha I - R - R_T^{*'} J_{pT}^* Q_2 J_{pT}^{*'} R_T^* & \end{bmatrix} \quad (27)$$

である. P が正定行列となるように $\rho > 0$ を選ぶとき, $J^*(t, x, T, u)$ の時間微分は負定性を満たすことより, $J^*(t, x, T, u)$ を Lyapunov 関数とみなすことができる. このことより, 平衡点 $[\xi' f']' = 0$ の漸近安定性が示される. $\square$

6 おわりに

本稿では, 視覚フィードバックシステムにおける非線形 Receding Horizon 制御について議論した. 特に, Control Lyapunov 関数と対応する安定化制御則に基づく, 非線形 Receding Horizon 最適制御手法を提案し, 提案した制御手法が視覚フィードバックシステムの平衡点を漸近安定化していることを示した.

References

- [1] P. Corke and G. Hager, “Vision-based Robot Control,” *Control Problems in Robotics and Automation*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, 230, Springer-Verlag, pp. 177–192, 1998.
- [2] R. Kelly, R. Carelli, O. Nasisi, and F. Reyes, “Stable Visual Servoing of Camera-in-Hand Robotic Systems,” *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 5, no. 1, pp. 39–48, 2000.
- [3] A. Maruyama and M. Fujita, “Robust Control for Planar Manipulators with Image Feature Parameter Potential,” *Advanced Robotics*, vol. 12, no. 1, pp. 67–80, 1998.
- [4] 丸山, 藤田, “ロバスト視覚サーボの L_2 ゲインによる制御性能解析,” *電気学会論文誌 C*, vol. 118–C, no. 3, pp. 301–309, 1998.
- [5] 丸山, 藤田, “適応 H_∞ 制御に基づくマニピュレータのロバスト視覚フィードバック制御,” *システム制御情報学会論文誌*, vol. 12, no. 10, pp. 579–585, 1999.
- [6] M. Fujita, A. Maruyama, M. Watanabe, and H. Kawai, “Inverse Optimal H_∞ Disturbance Attenuation for Planar Manipulators with Eye-in-Hand System,” *Proc. of 39th IEEE CDC*, 2000. (to appear).
- [7] E. Zergeroglu, D. M. Dawson, M. S. de Queiroz, and S. Nagarkatti, “Robust Visual-Servo Control of Robot Manipulators in the Presence of Uncertainty,” *Proc. of 38th IEEE CDC*, pp. 4137–4142, 1999.
- [8] F. Allgöwer and A. Zheng (Eds.), *Nonlinear Model Predictive Control*, Progress in Systems and Control Theory, vol. 26, Birkhäuser-Verlag, 2000.
- [9] G. De Nicolao, L. Magni, and R. Scattolini, “Stabilizing Receding-Horizon Control of Nonlinear Time-Varying Systems,” *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 43, no. 7, pp. 1030–1036, 1998.
- [10] A. Jadbabaie, J. Yu, and J. Hauser, “Stabilizing Receding Horizon Control of Nonlinear Systems: A Control Lyapunov Function Approach,” *Proc. of 1999 ACC*, pp. 1535–1539, 1999.
- [11] R. Murray, Z. Li, and S. Sastry, *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, CRC Press, 1994.